**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дополнительные главы вариационного исчисления

Additional Chapters of Variation Calculus

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001246

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Спецкурс предназначен для ознакомления обучающихся с приложениями прямых методов вариационного исчисления к решению краевых задач для уравнений в частных производных.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Предполагается, что обучающийся освоил общие курсы «Функционального анализа» и «Уравнений математической физики».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: Метод Нехари, симметризация, Принцип Лионса.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Самостоятельная работа с использованием методических материалов: индивидуальная работа с рекомендованной основной и дополнительной литературой.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 34 |  | 6 |  | 2 | 2 |
|  | 2-100 |  |  |  |  |  |  |  | 10-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 34 |  | 6 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 7**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** |
| 1 | Введение | лекции | 4 |
| сам. раб. с использованием  методических материалов | 4 |
| 2 | Прямые методы | лекции | 260 |
| сам. раб. с использованием  методических материалов | 302 |
| 3 | Промежуточная аттестация | самостоятельная работа | 6 |
| зачет | 2 |
| **Итого** | | | **72** |

**Раздел 1: Введение.** Пространства Соболева и их простейшие свойства. Симметризация и ее свойства. Неравенство для норм (сжимающее отображение). Неравенство Рисса. Неравенство Пойа--Сеге. Неравенство Харди--Литлвуда--Соболева. Теоремы вложения.Теоремы о существовании минимума. Решение уравнения Пуассона вариационным методом. Полулинейные уравнения и их решение вариационным методом.

\_\_E\_\_6=9\_\_\_\_\_ ? \_ \_\_'(\_\_\_\_\_\_'(\_\_'(\_\_` \_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_ )B

**Раздел 2: Прямые методы.** Метод Нехари. Теорема о горном перевале и ее приложения. Единственность решения --- доказательство с помощью выпуклости. Симметрия решения --- доказательство с помощью симметризации. Метод движущихся плоскостей. Асимметричные решения. Множественность решений. Тождество Похожаева. Несуществование решений. Принцип Лионса (локально компактный случай). Минимизирующие функции в предельных теоремах вложения. Недостижимость минимума в ограниченных областях. Уравнения с предельным ростом правой части. Принцип Лионса. Примеры достижимости минимума.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного процесса по дисциплине задаются задачи и упражнения для самостоятельной работы, проводятся консультации и зачет. В процессе обучения каждый обучающийся снабжается набором задач, которые необходимо уметь решать для положительной оценки по аттестации.

Методика проведения зачета.

Зачет проводится в устной или письменной форме. Преподаватели имеют набор контрольных практических и теоретических заданий и тестов для проведения зачета. Зачет выставляется по итогам текущего контроля и результатам решения контрольных заданий и тестов во время проведения промежуточной аттестации.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы зачета не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и обучающийся удаляется с экзамена.

Критерии выставления оценок:

«Зачет» ставится за полностью решенные задания текущего контроля, контрольных тестов и заданий и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Список вопросов к зачету:

1. Пространства Соболева и их простейшие свойства.
2. Симметризация и ее свойства. Неравенство для норм (сжимающее отображение). Неравенство Рисса. Неравенство Пойа--Сеге.
3. Неравенство Харди--Литлвуда--Соболева. Теоремы вложения.
4. Теоремы о существовании минимума. Решение уравнения Пуассона вариационным методом.
5. Полулинейные уравнения и их решение вариационным методом.
6. Метод Нехари.
7. Теорема о горном перевале и ее приложения.
8. Единственность решения --- доказательство с помощью выпуклости.
9. Симметрия решения --- доказательство с помощью симметризации.
10. Метод движущихся плоскостей.
11. Асимметричные решения. Множественность решений.
12. Тождество Похожаева. Несуществование решений.
13. Принцип Лионса (локально компактный случай).
14. Минимизирующие функции в предельных теоремах вложения. Недостижимость минимума в ограниченных областях.
15. Уравнения с предельным ростом правой части. Принцип Лионса. Примеры достижимости минимума.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком обучающихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Либ Е., Лосс М. Анализ.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Эванс Л. Уравнения с частными производными.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Назаров Александр Ильич, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры математической физики, al.il.nazarov@gmail.com